



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ  
ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΠΕΡΙΦ. Δ/ΝΣΗ Α/ΘΜΙΑΣ & Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ  
ΝΟΤΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ  
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΔΩΔ/ΣΟΥ

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ: 2011-2012

ΤΑΞΗ: Γ ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α. ΘΕΩΡΙΑ

**ΘΕΜΑ Α**

1. Να αποδείξετε την ταυτότητα  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

2. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω ισότητες

α)  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

β)  $(a - b)^2 = a^2 - b^2 + 2ab$

γ)  $(a + b)^3 = a^3 + 3ab^2 + 3a^2b + b^3$

δ)  $(a + b)^3 = a^3 - 3a^2b - 3ab^2 + b^3$

**ΘΕΜΑ Β**

Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία  $\omega$  ισχύει:

α)  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

β)  $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

## **B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

---

1. Δίνονται οι παραστάσεις  $A = (2x - 1)^2$  και  $B = (x + 2)^2$

α) Να βρείτε τα αναπτύγματα.

β) Να λύσετε την εξίσωση  $A = B$

γ) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο  $A - B$

2. Να λυθεί το σύστημα:

$$3(x - 2) - 4(\psi + 1) = 5$$

$$x + 2\psi = -15$$

3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$  και  $BE, \Gamma\Delta$  είναι οι διχοτόμοι των γωνιών  $B$  και  $\Gamma$  αντίστοιχα.

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα  $BE\Gamma$  και  $\Gamma\Delta B$  είναι ίσα.

β) Να δείξετε ότι οι διχοτόμοι  $BE$  και  $\Gamma\Delta$  είναι ίσες.

**Να απαντήσετε σε μια από τις δυο θεωρίες και στις δυο από τις τρεις ασκήσεις.**

**ΓΥΜΝΑΣΙΟ**

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ**

**ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ:**

**ΤΑΞΗ: Γ**

**A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**

Επιλέγετε και απαντάτε σε ένα (1) από τα δύο θέματα θεωρίας

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

---

A) Να αποδείξετε την ταυτότητα  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α)  $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

β)  $(a - b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

γ) Η εξίσωση  $x^2 - a = 0$  έχει δύο λύσεις  $x = \sqrt{a}$  ή  $x = -\sqrt{a}$

δ) Αν  $\Delta$  η διακρίνουσα της εξίσωσης  $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$   
τότε αν  $\Delta = 0$ , η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις.

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

---

A) Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

β) Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.

γ) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία ,τότε θα έχουν και την τρίτη τους γωνία ίση.

δ) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία ,τότε θα έχουν και την τρίτη τους πλευρά ίση.

## **B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

---

Επιλέγετε και λύνετε **δύο (2)** από τις τρεις ασήκσεις

### **ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

---

1) Να λύσετε την εξίσωση  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .

2) Να λύσετε την παρακάτω εξίσωση και να εξετάσετε αν έχει τις ίδιες λύσεις με την παραπάνω εξίσωση.

$$\frac{x-1}{x} - \frac{2}{x+1} = \frac{x+3}{x(x+1)}$$

### **ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

---

Δίνεται το σύστημα 
$$\begin{cases} 2(2x - y) - 5 = 3(x - y - 1) \\ \frac{x-1}{3} - \frac{y+2}{6} = 1 \end{cases}$$

1) Να αποδείξετε ότι το παραπάνω σύστημα παίρνει την μορφή 
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 4)

2) Να λύσετε το παραπάνω σύστημα .

### **ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

---

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ( $\hat{A}=90^\circ$ ) είναι ΑΒ =6 cm και ΒΓ =10 cm. Να υπολογίσετε τους λόγους

α)  $\frac{AB}{BG}$  , β)  $\frac{AG}{BG}$  , γ)  $\frac{AB}{AG}$

ΓΥΜΝΑΣΙΟ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΕΞΕΤ. ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΟΝ/ΜΟ ΜΑΘΗΤΗ : .....

Θέματα

**A. Θεωρία**

---

Θ.1. Α. Να αποδείξετε την ταυτότητα  $(a - \beta)(a + \beta) = a^2 - \beta^2$ .

Β. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες.

α)  $a^2 - 2a\beta + \beta^2 = \dots\dots\dots$

β)  $a^2 + 2a\beta + \beta^2 = \dots\dots\dots$

Θ.2. Α. Να αντιστοιχήσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της πρώτης στήλης με τους αριθμούς της δεύτερης.

α)  $\eta\mu 45^\circ$

i)  $\frac{1}{2}$

β)  $\sigma\upsilon\nu 60^\circ$

ii) 1

γ)  $\epsilon\phi 45^\circ$

iii)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

δ)  $\eta\mu 30^\circ$   $\epsilon\phi 30^\circ$

iv)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

**B.** Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες.

α)  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = \dots\dots$

β)  $\epsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\dots\dots}$

## **B. Ασκήσεις**

---

**A.1.** Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης  $x^2 - 3x + 2 = 0$

**A.2.** Ρίχνουμε ένα νόμισμα 3 φορές. Να βρείτε ποια είναι η πιθανότητα να φέρουμε και τις 3 φορές την ίδια ένδειξη.

**A.3.** Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα  $1\epsilon\varphi\omega^2 = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\omega}$

Να απαντήσετε σε 1 από τα θέματα **Θ.1.** , **Θ.2.** και σε 2 από τα θέματα **A.1.** , **A.2.** , **A.3.**

## ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

## ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

## Α. ΘΕΩΡΙΑ

## Θέμα 1

Α. Να αποδείξεις ότι:  $(a\beta)^3 \neq a^3\beta^3$  και  $(a-\beta)^2 \neq a^2-\beta^2$ .

Β. Έστω η εξίσωση 2<sup>ου</sup> βαθμού  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) και  $\Delta$  η διακρίνουσά της. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσεις καθεμιά από τις περιπτώσεις της Στήλης Α, με ένα μόνο συμπέρασμα της Στήλης Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. $\Delta > 0$	1. Η (1) έχει μία τουλάχιστον λύση
β. $\Delta = 0$	2. Η (1) έχει δύο άνισες λύσεις
γ. $\Delta < 0$	3. Η (1) έχει μία διπλή λύση
δ. $\Delta \geq 0$	4. Η (1) δεν έχει πραγματικές λύσεις

Γ. Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο φύλλο των απαντήσεών σου, την λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

1. Ισχύει  $(a\beta)^3 \neq a^3\beta^3$  για κάθε τιμή των πραγματικών  $a$  και  $\beta$ .
2. Η ισότητα  $(a-\beta)^2 = a^2-\beta^2$  ισχύει για κάθε τιμή των πραγματικών  $a$  και  $\beta$ .
3. Η ευθεία  $\varepsilon: \psi = 3x - 5$  παριστάνει ευθεία που δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
4. Αν  $a\beta > 0$  και  $\gamma < 0$ , τότε  $a \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$ .
5. Αν οι εξισώσεις ενός γραμμικού συστήματος παριστάνονται από δύο ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  οι οποίες ταυτίζονται, τότε το σύστημα αυτό θα είναι αόριστο.

## Θέμα 2°

---

A. Να διατυπώσεις τα δύο κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.

B. Να αποδείξεις ότι για οποιαδήποτε γωνία  $\omega$  με  $\text{συν}\omega \neq 0$  ισχύει ότι  $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\text{συν}\omega}$ .

Γ. Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας **στο φύλλο των απαντήσεών σου**, την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

1. Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν δύο πλευρές του ίσες μία προς μία, και την περιεχόμενη σε αυτές τις πλευρές γωνία ίση.
2. Για κάθε γωνία  $\omega$  ισχύει ότι  $(1\eta\mu\omega) (1\epsilon\phi\omega) \text{συν}\omega^2$ .
3. Σε ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με  $AB=AG$ , οποιαδήποτε διχοτόμος του, είναι και διάμεσος και ύψος.
4. Για οποιαδήποτε γωνία  $\omega$  ισχύει ότι  $-1 \leq \text{συν}\omega \leq 1$ .
5. Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα μίας πλευράς ενός τριγώνου, είναι πάντοτε σημείο της διχοτόμου της απέναντι γωνίας του.

## B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### Άσκηση 1<sup>η</sup>

---

A. Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$A = x^2 - x$$

$$B = x^2 - 3x + 2$$

$$\Gamma = x^2 + 4x + 4$$

B. Αν A, B και Γ οι παραστάσεις του ερωτήματος A, να δείξετε ότι η εξίσωση

$$\frac{A\Gamma}{B} = \frac{3x+6}{3x+6} \text{ έχει λύσεις τις } x_1 = -1 \text{ και } x_2 = 4.$$

Γ. Αν  $\alpha$  η θετική ρίζα της παραπάνω εξίσωσης και  $\beta$  η αρνητική της ρίζα, να λυθεί το

$$\text{σύστημα } (\Sigma): \begin{cases} 2x\beta\psi = 3 \\ x - \alpha = \beta \end{cases}$$

### Άσκηση 2<sup>η</sup>

---

A. Αν  $0^\circ < 180^\circ$  και  $\text{συν}\omega = -\frac{3}{5}$ , να υπολογισθούν:

α. Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας  $\omega$ .



β. Η τιμή της παράστασης  $A = \frac{5\eta\mu\omega - 3\epsilon\phi\omega}{10\sigma\upsilon\omega} + \eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\upsilon^2(180^\circ - \omega)$ .

Β. Έστω οι παραστάσεις  $A = \eta\mu 32^\circ - \epsilon\phi 124^\circ$  και  $B = \frac{(2\eta\mu\omega - \eta\mu 111^\circ)}{(\sigma\upsilon\omega - 3)^3}$ .

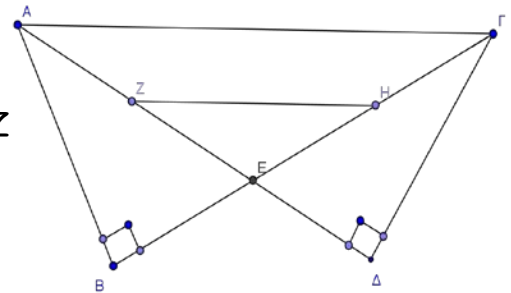
α. Να αποδείξετε ότι η τιμή της παράστασης  $A$  είναι θετική.

β. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία  $\omega$ , ισχύει ότι  $A > B$ .

### Άσκηση 3<sup>η</sup>

Στο διπλανό σχήμα θεωρούμε τα ορθογώνια τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A\Delta\Gamma$  και  $E$  το σημείο τομής των  $B\Gamma$  και  $\Delta A$ . Αν  $Z$  το μέσο της  $A\epsilon$  και  $H$  το μέσο της  $\epsilon\Gamma$  και  $AB = \Delta\Gamma$ :

A. Να αποδείξεις ότι τα τρίγωνα  $AB\epsilon$  και  $\Gamma\Delta\epsilon$  είναι ίσα.



*Μονάδες 2, 4*

B. Να αποδείξεις ότι το τρίγωνο  $A\epsilon\Gamma$  είναι

ισοσκελές, και επιπλέον ότι το τμήμα  $ZH$  είναι παράλληλο στο  $A\Gamma$ .

Γ. Αν επιπλέον τα μήκη  $BZ = 10$  cm και  $A\Gamma = 20$  cm, να βρείτε την περίμετρο του τετραπλεύρου  $AZH\Gamma$ .

---

## Α. ΘΕΩΡΙΑ

---

### ΘΕΜΑ 1°

---

α) Τι ονομάζουμε μονώνυμο ;

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα  $(α+β)^2 = α^2 + 2αβ + β^2$

γ) Να γίνει η αντιστοίχιση :

- |                 |                                |
|-----------------|--------------------------------|
| A. $(α-β)^2$    | 1. $α^2 - β^2$                 |
| B. $(α+β)^3$    | 2. $α^2 - 2αβ + β^2$           |
| Γ. $(α-β)(α+β)$ | 3. $(α-β)(α^2 + αβ + β^2)$     |
|                 | 4. $α^3 + 3α^2β + 3αβ^2 + β^3$ |

### ΘΕΜΑ 2°

---

Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Οxy τοποθετούμε τη γωνία ω έτσι

ώστε  $ω = \angle XOM$  , όπου Μ ένα σημείο με συντεταγμένες (x,y) και

$ρ = OM = \sqrt{x^2 + y^2}$  όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημω, συνω, εφω της

γωνίας ω συναρτήσει των συντεταγμένων του σημείου Μ και του ρ.

β)

Να αποδείξετε ότι  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

γ) Να γίνει η αντιστοίχιση:

- |                           |                             |
|---------------------------|-----------------------------|
| A. $\eta\mu 45$           | 1. $-\sigma\upsilon\nu 150$ |
| B. $\sigma\upsilon\nu 30$ | 2. $\epsilon\phi 120$       |
| Γ. $\epsilon\phi 60$      | 3. $\eta\mu 135$            |
|                           | 4. $-\epsilon\phi 120$      |
|                           | 5. $\sigma\upsilon\nu 150$  |
|                           | 6. $-\eta\mu 135$           |

## B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

---

### ΘΕΜΑ 1°

---

Δίνονται οι παραστάσεις:  $A = 2x^2 - 2$ ,  $B = x^2 + x - 2$

$$\Gamma = x^2 + 2x + 1$$

i) Να λυθεί η εξίσωση  $B=0$

ii) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις  $A, B, \Gamma$

iii) Να λυθεί η εξίσωση  $\frac{A}{B} = 3$

### ΘΕΜΑ 2°

---

Αν για την οξεία γωνία  $\omega$  ισχυει ότι  $(\eta\mu\omega - 4)^2 + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 13$

α) Να βρείτε το  $\eta\mu\omega$ .

β) Αν το ημίτονο της γωνίας  $\omega$  είναι  $\eta\mu\omega = \frac{1}{2}$

i. να βρείτε το  $\sigma\upsilon\nu\omega$  και την  $\epsilon\varphi\omega$

ii. να βρείτε την τιμή της παράστασης  $K = 2\eta\mu(180-\omega) + \frac{4}{\sqrt{3}}\sigma\upsilon\nu\omega - \sqrt{3}\epsilon\varphi(180-\omega)$

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

---

A) Εστω το πολυωνυμο  $P(x) = x^3 + \beta x + \alpha$

i. Αν  $P(0) = 1$  να βρείτε το  $\alpha$

ii. Αν  $P(2) - P(1) = 5$  να βρείτε το  $\beta$

B) Για  $\alpha = 1$  και  $\beta = -2$  να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} \alpha x + \beta \psi = -3 \\ (\alpha - 3)x + 2\beta\psi = -18 \end{cases}$$

Από τα δύο θέματα της θεωρίας απαντάτε μόνο στο ένα και από τα τρία θέματα των ασκήσεων απαντάτε μόνο στα δύο.

Τάξη : Γ΄ Γυμνασίου  
Γραπτές προαγωγικές εξετάσεις  
περιόδου Μαΐου - Ιουνίου σχ. έτους: 2011-12  
Εξεταζόμενο μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

*A. ΘΕΩΡΙΑ*

**ΘΕΩΡΙΑ 1**

---

A. Να αποδείξετε ότι  $(a - \beta)^2 = a^2 - 2a\beta + \beta^2$

B. Να αντιστοιχίσετε όσα μονώνυμα υπάρχουν στη ΣΤΗΛΗ 1 με τα όμοιά τους στη ΣΤΗΛΗ 2.

ΣΤΗΛΗ 1	ΣΤΗΛΗ 2
1. $2x^2$	A. $2x^3$
2. $5\frac{x^3}{3}$	B. $(-3x)^2$
3. $2xy$	Γ. $-2x^3y$
4. $-x^{-3}y$	Δ. $4x^{-3}y$
5. $2x^0$	E. $-xy$
	Z. $-7$

Γ. Να χαρακτηρίσετε σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις

1. Η ισότητα $(a + \beta)(a - \beta) = a^2 - \beta^2$ ισχύει για κάθε πραγματικό αριθμό $a, \beta$	Σ	Λ
2. Δύο αντίθετα μονώνυμα είναι πάντα όμοια μεταξύ τους.	Σ	Λ
3. Η διαίρεση δύο μονώνυμων είναι πάντα μονώνυμο	Σ	Λ
4. Μπορούμε να προσθέσουμε μόνο όμοια μονώνυμα	Σ	Λ

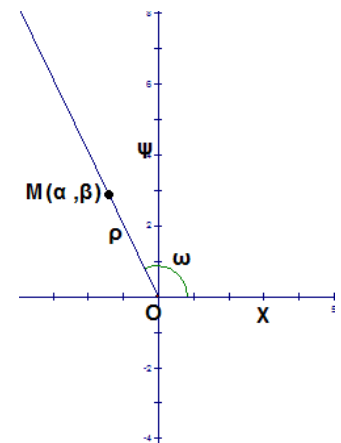
## ΘΕΩΡΙΑ 2

Α. Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος να δώσετε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας  $\omega$ .

Β. Με τη βοήθεια του ορισμού να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $180^\circ$ .

Γ. Αν  $90^\circ < \omega < 180^\circ$  να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)

τις παρακάτω προτάσεις:



1. $\eta\mu\omega < 0$	Σ	Λ
2. $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$	Σ	Λ
3. $\eta\mu\omega > 1$	Σ	Λ

## B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ΑΣΚΗΣΗ 1

A) Να αποδείξετε ότι η λύση του συστήματος  $\begin{cases} \beta = 18 - \alpha \\ \alpha + 5\beta = 50 \end{cases}$  είναι  $(\alpha, \beta) = (10, 8)$

B) Αν τα  $\alpha, \beta$  είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο A) ερώτημα, να αποδείξετε ότι η αλγεβρική παράσταση  $(x - \alpha)\beta(x - \beta) - 20x + \dots$  είναι σταθερό πολυώνυμο.

### ΑΣΚΗΣΗ 2

Ο κ. Σωτηράκης έφερε από το σπίτι την εξίσωση  $\frac{x-5}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} - \frac{20x}{25-x^2} = -2x + \frac{20}{x-5}$

A. Η κ. Παπαλαζάρου μόλις την είδε ρώτησε ποιες τιμές δεν επιτρέπεται να πάρει ο  $x$ ; Απαντήστε με αιτιολόγηση στο ερώτημά της.

B. Ο κ. Ρούσος πήρε το 1<sup>ο</sup> μέλος της εξίσωσης, το ονόμασε  $A = \frac{x-5}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} - \frac{20x}{25-x^2}$

και κάνοντας τις κατάλληλες πράξεις απέδειξε ότι η παράσταση  $A = \frac{2(x+5)}{x-5}$ .

Αποδείξτε τον ισχυρισμό του κάνοντας κι εσείς τις πράξεις.

Γ. Βοηθήστε τώρα τον κ. Σωτηράκη να λύσει επιτέλους την εξίσωση  $A = -2x + \frac{20}{x-5}$

### ΑΣΚΗΣΗ 3

Αν στο διπλανό σχήμα είναι  $AB=BG$  και  $AM=NG$

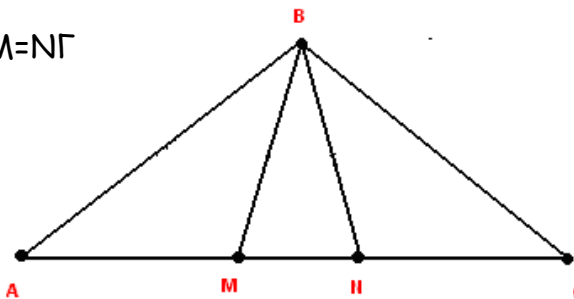
A. Εξηγήστε γιατί  $A = G$

B. Να αποδείξετε ότι  $BM=BN$

Γ. Δείξτε ότι ο λόγος ομοιότητας

των τριγώνων  $ANB$  και  $BMG$  είναι  $\lambda=1$ .

Γράψτε 1 θέμα θεωρίας και 2 ασκήσεις.



## ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ Γ΄

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε την ταυτότητα:  $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$ .

A2. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και μετά να τον μεταφέρετε στην κόλλα σας, αντιστοιχίζοντας κάθε παράσταση της στήλης Α, με ανάπτυγμα της που υπάρχει στην στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $(\alpha - \beta)^3$	Α. $\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
2. $(\alpha - \beta)^2$	Β. $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
3. $(\alpha - \beta) \cdot (\beta + \alpha)$	Γ. $\beta^2 - \alpha^2$
4. $(\alpha + \beta)^2$	Δ. $\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
	Ε. $\alpha^2 - \beta^2$
	ΣΤ. $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

1	
2	
3	
4	

A3. Ποιά από τα παρακάτω μονώνυμα είναι όμοια;

α)  $2xy^3$

β)  $-2x^3y$

γ)  $\frac{xy^3}{2}$

δ)  $\sqrt{2}y^3x$



## ΘΕΜΑ Β

---

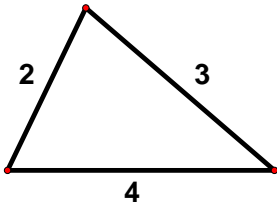
**B1.** Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.

**B2.** Να συμπληρωθούν τα κενά:

α) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την \_\_\_\_\_ γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.

β) Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και τις \_\_\_\_\_ στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

**B3.** Να εξηγήσετε γιατί είναι ίσα τα τρίγωνα του παρακάτω σχήματος:



## Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

### ΘΕΜΑ Α

---

**A1.** Να παραγοντοποιήσετε τις ποσότητες : α)  $x^2 - 9$      β)  $x^2 - 3x$      γ)  $x^2 + 3x$

**A2.** Να λύσετε την εξίσωση:  $\frac{x+1}{x^2-9} + \frac{3}{x^2-3x} = -\frac{1}{x^2+3x}$

### ΘΕΜΑ Β

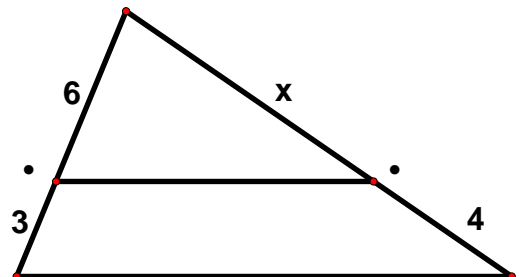
---

Στο διπλανό σχήμα είναι  $\Delta E // B\Gamma$ .

**B1.** Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $\Delta DE$  και  $\Delta B\Gamma$  είναι όμοια.

**B2.** Να αποδείξετε ότι  $x = 8$ .

**B3.** Αν το τρίγωνο  $\Delta DE$  έχει εμβαδόν  $20 \text{ cm}^2$ ,



τότε να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

## ΘΕΜΑ Γ

---

Γ1. Να λύσετε το σύστημα  $(\Sigma_1)$ : 
$$\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

Γ2. Αν το σύστημα  $(\Sigma_2)$ : 
$$\begin{cases} 2\alpha\beta\gamma = 10 \\ \alpha x + 3\beta\gamma = 16 \end{cases}$$
 έχει ως λύση, τη λύση του συστήματος

$(\Sigma_1)$ , να βρείτε τις τιμές των αριθμών  $\alpha$  και  $\beta$ .

## ΟΔΗΓΙΕΣ

---

- Να απαντήσετε σε **(1)** ένα θέμα θεωρίας και **(2)** δύο θέματα ασκήσεων.
- Τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα.



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΠΕΡ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ ΕΚΤ/ΣΗΣ  
ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΤ/ΣΗΣ  
ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

ΤΑΞΗ : Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ  
ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ :

**Α. ΘΕΩΡΙΑ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

- A. Να γράψετε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων.
- B. Να απαντήσετε **Σωστό** ή **Λάθος** στις παρακάτω προτάσεις:
- α. Αν σε ένα τρίγωνο δύο γωνίες του είναι ίσες τότε είναι ισοσκελές.
  - β. Σε κάθε τρίγωνο η διάμεσος είναι και ύψος.
  - γ. Αν δύο τρίγωνα έχουν δυο πλευρές ίσες μια προς μια και μια γωνία τους ίση τότε είναι πάντα ίσα.
  - δ. Δύο τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν τις γωνίες τους ίσες μια προς μια.

ε. Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας.

### ΘΕΜΑ 2°

---

A. Να αποδείξετε ότι:  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

B. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας συμπληρωμένες τις ισότητες:

α.  $(a-b)^2 = \dots - \dots + \dots$     β.  $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (\dots - \dots)^3$

γ.  $(a+b)^2 - 2ab = \dots + \dots$

### B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ 1°

---

A. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \quad \text{και} \quad B = \frac{2x^2 - 2x + 1 - x}{(x-1)^2}$$

B. Να λύσετε την εξίσωση  $A + B = \frac{-2x^2 + 2x + 2}{x^2 - 1}$

#### ΘΕΜΑ 2°

---

Αν γνωρίζετε ότι  $90^\circ < \omega < 180^\circ$  και  $\eta\mu\omega = \frac{1}{3}$ , τότε:

A. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\omega$ .

B. Να αποδείξετε ότι:  $4\sqrt{2}\eta\mu\omega - 2\sigma\upsilon\upsilon\omega^2 - 2\eta\mu\omega^2 = \sigma\upsilon\upsilon90^\circ$ .

### ΘΕΜΑ 3°

---

Δίνονται τα συστήματα:

$$(\Sigma_1) \begin{cases} 3(2x - y) - 2x - 3(y - 1) = -1 \\ 5x - 2y = 4x - 2 \end{cases}, \quad (\Sigma_2) \begin{cases} 1006x - 2012y = -2012 \\ 1008x - 2y = 2012 \end{cases}.$$

**A.** Να λύσετε το  $(\Sigma_1)$ .

**B.** Να εξετάσετε αν η λύση του  $(\Sigma_1)$  είναι και λύση του  $(\Sigma_2)$ .

- Να επιλέξετε ένα (1) θέμα θεωρίας και δύο (2) ασκήσεων.

## Α. Θ Ε Ω Ρ Ι Α

ΘΕΩΡΙΑ 1<sup>η</sup>

Α) Τι ονομάζω μονώνυμο και τι ταυτότητα ;

Β) Να αποδειχτεί η ταυτότητα  $(α + β)^2 = α^2 + 2αβ + β^2$  .

Γ) Να συμπληρώσετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε αλγεβρική

παράσταση της στήλης Α με την ίση της

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $(α+β)(α-β)$	1. $α^2+β^2$
β. $(1-χ)^2$	2. $25+χ^2$
	α
	β
	γ
	δ
	ε
γ. $(-χ-1)^2$	3. $χ^2-2χ+1$
δ. $(5-χ)(5+χ)$	4. $α^2-β^2$
ε. $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$	5. $χ^2+2χ+1$
	6. $25-χ^2$
	7. 2

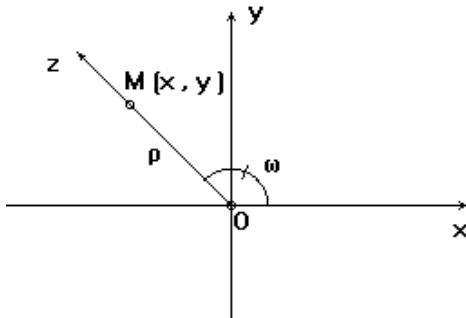
## ΘΕΩΡΙΑ 2<sup>η</sup>

A) Σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $\hat{\omega}$

(δηλαδή  $\eta\mu\omega$ ,  $\sigma\upsilon\nu\omega$ ,  $\epsilon\phi\omega$ ) και να

$$\begin{aligned} \widehat{\chi\omicron\zeta\omega} &= \hat{\omega} \\ OM &= \rho \\ M(x, y) \end{aligned}$$

υποδείξτε ότι  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ .



B) Να συμπληρώσετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης A τον ίσο του στην στήλη B.

Στήλη A	Στήλη B
α. $\eta\mu(180^\circ - \omega)$	1. $\eta\mu\omega$
β. $\eta\mu(90^\circ - \omega)$	2. $-\eta\mu\omega$
γ. $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)$	3. $\sigma\upsilon\nu\omega$
δ. $\eta\mu 90^\circ$	4. $-\sigma\upsilon\nu\omega$
ε. $\eta\mu 0^\circ$	5. 0
στ. $\sigma\upsilon\nu 180^\circ$	6. 1
	7. -1

α	β	γ	δ	ε	στ

Γ) Υπάρχει γωνιά  $\omega$  για την οποία ισχύει ταυτόχρονα  $\eta\mu\omega = \frac{1}{2}$  και  $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{1}{2}$ ;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

## B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ΑΣΚΗΣΗ 1<sup>η</sup>

Δίνονται οι παραστάσεις  $A = \frac{X^2 - 7X + 10}{X - 5}$  με  $X \neq 5$  και  $B = \frac{X^3 - 2X^2 - 9X + 18}{9 - X^2}$  με  $X \neq 3, -3$

A) Να λυθεί η εξίσωση  $X^2 - 7X + 10 = 0$  και να παραγοντοποιηθεί το τριώνυμο  $X^2 - 7X + 10$ .

B) Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις A και B .

Γ) Για  $X = \sqrt{2}$  να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης  $A^2 - B^2$  .

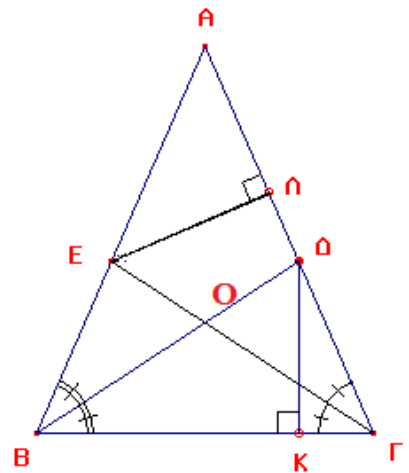
### ΑΣΚΗΣΗ 2<sup>η</sup>

A) Να λυθεί η παρακάτω κλασματική εξίσωση :  $\frac{X+1}{X^2+2X} + \frac{X-3}{X^2-2X} = \frac{4}{X^2-4}$

B) Αν α η μεγαλύτερη λύση της παραπάνω εξίσωσης και β η μικρότερη λύση της να λυθεί το σύστημα :

$$\begin{cases} \alpha x + \beta y = 4 \\ \alpha \beta y = 1 \end{cases}$$

Γ) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο  $A(x, y)$  , όπου  $(x, y)$  η λύση του παραπάνω συστήματος και είναι παράλληλη στον άξονα γ'γ .



### ΑΣΚΗΣΗ 3<sup>η</sup>

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με  $AB=AG$  , οι διχοτόμοι των γωνιών  $\hat{B}$  και  $\hat{G}$  , ΒΔ και ΓΕ αντίστοιχα , τέμνονται στο σημείο Ο .Αν  $\Delta K \perp BG$  και  $E\Lambda \perp AG$  τότε :

A) Να δειχτεί ότι τα τρίγωνα ΒΔΓ=ΒΕΓ είναι ίσα.

B) Να δειχτεί ότι τα τρίγωνα ΒΔΚ=ΓΕΛ είναι ίσα.

Γ) Να δειχτεί ότι τα τρίγωνα ΕΒΟ και ΕΒΓ είναι όμοια.



## A. ΘΕΩΡΙΑ

---

### ΘΕΜΑ 1°

---

α. Να αποδείξετε την ταυτότητα  $:(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ .

β. Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις:

1. Το κλάσμα  $A = \frac{x^2 + 2012}{x^2 - 4}$ , ορίζεται για κάθε  $x \neq 2$  και  $x \neq -2$  όπου  $x$  πραγματικός αριθμός.

2. Ισχύει  $:(-2x)^3 = 8x^3$ .

3. Ισχύει  $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ .

4. Αν  $A(x) = x^3 - x^2 + 2012$ , τότε  $A(-x) = -x^3 + x^2 + 2012$ .

5. Ισχύει  $:(-x-3)^2 = (x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ .

### ΘΕΜΑ 2°

---

α. Πότε δύο τρίγωνα είναι ομοια;

β. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

1. Καθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ..... απο τις πλευρες της γωνίας.

2. Σε καθε ισοσκελές τρίγωνο οι γωνίες της βάσης του είναι .....

3. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ..... μια προς μια και την ..... γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.

4. Καθε σημείο της ..... ενός ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχει απο τα ακρα του

5. Αν δυο τρίγωνα έχουν μια πλευρά ίση και τις ..... στην πλευρά

αυτή γωνίες ..... μια προς μια, τότε είναι ίσα..

## B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

---

### ΘΕΜΑ 1°.

---

Δίνονται οι παραστάσεις :  $A(x)=3(x-2)^2-2(1-2x)(1+2x)-8x^2-5(3-2x)+4$

$$B(x)=(x-2)^3+x^2(5-x)+9-12x.$$

α. Να αποδείξετε ότι :  $A(x)=3x^2-2x-1$  και  $B(x)=1-x^2$ .

β. Να λυθεί η εξίσωση :  $A(x)=0$ . Στη συνέχεια να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις  $A(x)$  και  $B(x)$ .

γ. Να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  ορίζεται το κλάσμα :  $\frac{A(x)}{B(x)}$  και στη συνέχεια να το απλοποιήσετε.

### ΘΕΜΑ 2°

---

Δίνεται το σύστημα :  $3x-3(x-\psi)=5+x\psi-x(\psi+1)$

$$x-\frac{\psi}{2}=-2$$

α. Να αποδείξετε ότι το παραπάνω σύστημα (αφού κάνετε τις πράξεις) είναι ισοδύναμο με το σύστημα  $x+3\psi=5$

$$2x-\psi=-4$$

β. Να λύσετε το σύστημα.

### ΘΕΜΑ 3°.

---

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB=AG$  και  $M$  μέσον της  $B\Gamma$ . Αν  $MK, ML$  τα κάθετα τμήματα προς τις πλευρές  $AB, AG$  αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

α. Τα τρίγωνα  $BMK, \Gamma ML$  είναι ίσα.

β.Το τρίγωνο ΜΚΛ είναι ισοσκελές.

Να απαντήσετε σε ένα θέμα θεωρίας και σε δύο θέματα ασκήσεων

## A. ΘΕΩΡΙΑ

### ΘΕΜΑ 1

---

A) Πότε μια ισότητα ονομάζεται ταυτότητα;

B) Να αποδείξετε την ταυτότητα  $(a - \beta)^2 = a^2 - 2a\beta + \beta^2$

Γ) Σε κάθε γινόμενο της A στήλης να αντιστοιχίσετε ένα μόνο ανάπτυγμα από την B στήλη,

ώστε να προκύψουν ταυτότητες.

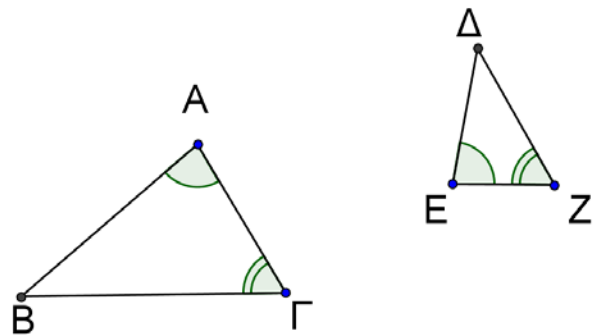
A ΣΤΗΛΗ	B ΣΤΗΛΗ
1) $(a + \beta)^2$	i) $a^2 - \beta^2$
2) $(a + \beta)(a - \beta)$	ii) $a^2 + \beta^2$
3) $(\beta - a)^3$	iii) $a^2 + 2a\beta + \beta^2$
4) $(-a + \beta)^2$	iv) $\beta^3 - 3\beta^2a + 3\beta a^2 - a^3$
	v) $a^3 - 3a^2\beta + 3a\beta^2 - \beta^3$
	vi) $a^2 - 2a\beta + \beta^2$

### ΘΕΜΑ 2

---

i) Να γράψετε τους ίσους λόγους των πλευρών των παρακάτω δύο όμοιων τριγώνων.

Δίνεται ότι  $\hat{A} = \hat{E}$  και  $\hat{\Gamma} = \hat{Z}$ .



ii) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

- α) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μια οξεία γωνία ίση τότε είναι όμοια.
- β) Αν δύο ισοσκελή τρίγωνα έχουν μια γωνία ίση τότε είναι σίγουρα όμοια.
- γ) Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια τότε είναι απαραίτητα και ίσα.
- δ) Δύο τετράγωνα είναι σχήματα όμοια.

iii) Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να προκύπτουν αληθείς προτάσεις.

- α) Δύο πολύγωνα είναι όμοια , αν έχουν τις πλευρές τους .....(1)..... και τις αντίστοιχες γωνίες τους .....(2).....
- β) Αν δύο όμοια τρίγωνα έχουν λόγο ομοιότητας  $\lambda = 1$  τότε είναι .....(3).....
- γ) Αν διπλασιάσουμε κάθε πλευρά ενός ισόπλευρου τριγώνου τότε η περίμετρος του θα γίνει .....(4)..... φορές μεγαλύτερη και το εμβαδόν του θα γίνει .....(5)..... φορές μεγαλύτερο.
- δ) Δύο όμοια πολύγωνα έχουν λόγο περιμέτρων ίσο με 9.  
Ο λόγος ομοιότητας του μικρού πολυγώνου προς το μεγάλο είναι .....(6).....

## B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

---

### ΘΕΜΑ 1

---

Δίνονται οι παραστάσεις  $A = 2x^2 - 3x - 5$  ,  $B = x^2 - 1$  και  $\Gamma = x^2 - 2x + 1$

- i) Να λύσετε την εξίσωση  $A = 0$
- ii) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις  $A$  ,  $B$  και  $\Gamma$ .
- iii) Να υπολογίσετε το γινόμενο  $\frac{\Gamma}{B} \cdot \frac{A}{x-1}$  εκτελώντας όλες τις δυνατές απλοποιήσεις.

### ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το σύστημα 
$$\begin{cases} 2(x-1) - 3y = -2(y-1) - 1 & (\Sigma) \\ 3(y-2) - 2(2-x) = 1 - x - 2y \end{cases}$$

- i) Να φέρετε το (Σ) μετά από πράξεις στη μορφή (Σ<sub>1</sub>)  $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 5y = 11 \end{cases}$
- ii) Να λύσετε το σύστημα (Σ<sub>1</sub>) με όποια αλγεβρική μέθοδο θέλετε.

### ΘΕΜΑ 3

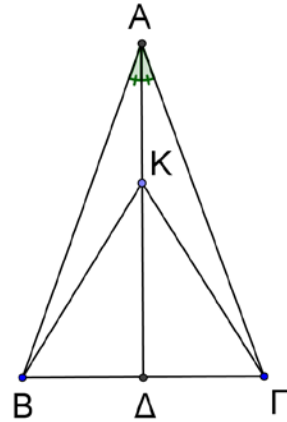
---

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με  $AB = AG$

και η ΑΔ είναι η διχοτόμος της γωνίας  $\hat{A}$ .

Αν Κ τυχαίο σημείο πάνω στην ΑΔ,

- i) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΑΚΓ είναι ίσα.
- ii) Να δικαιολογήσετε γιατί το τρίγωνο ΒΚΓ είναι ισοσκελές.



Από τα δύο θέματα θεωρίας να γράψετε το ένα και από τα τρία θέματα ασκήσεων να γράψετε τα δύο.

Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα αναφοράς.

## A. ΘΕΩΡΙΑ

---

### ΘΕΩΡΙΑ 1<sup>η</sup>

---

α) Να αποδείξετε ότι  $(a + \beta)^2 = a^2 + 2a\beta + \beta^2$

β) Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ταυτότητες

(i)  $(a - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

(ii)  $(a + \beta)(a - \beta) = \dots\dots\dots$

(iii)  $(a - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

### ΘΕΩΡΙΑ 2<sup>η</sup>

Στο διπλανό ορθοκανονικό

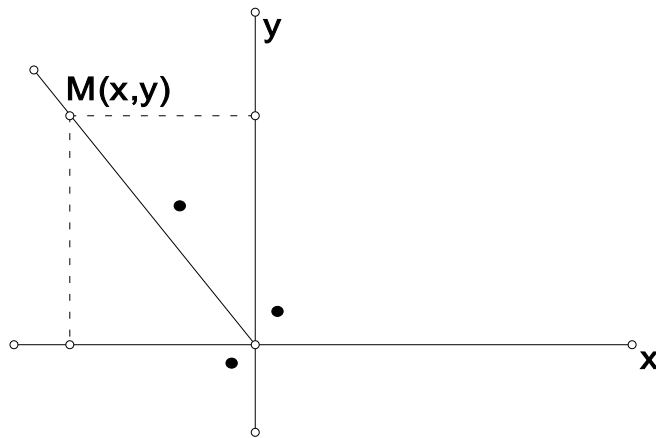
σύστημα αξόνων είναι

σχεδιασμένη μια γωνία  $\omega$ .

Το σημείο  $M(x,y)$  είναι ένα

τυχαίο σημείο της τελικής

πλευράς της γωνίας  $\omega$ .



Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά.

α) Η απόσταση  $\rho = OM$  δίνεται από τον τύπο

$\rho = \dots\dots\dots$

$\eta\mu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

$$\text{συν}\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$\text{εφ}\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

β) ημ90°=..... ,        συν180°=..... ,        εφ0°=.....

γ) Αν η γωνία ω είναι αμβλεία τότε να συμπληρώσετε με το σύμβολο < ή > ή =  
 τα εξής: ( i )    ημω....0        (ii)    συνω....0        (iii)    εφω....0

## Β. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ΑΣΚΗΣΗ 1<sup>ο</sup>

Δίνονται τα πολυώνυμα     $A(x) = (3x + 2)^2 - 5(x - 2)^2 - 4(8x - 3)$     και

$$B(x) = x^3 - x^2 + 2x - 2$$

α) Να δείξετε ότι     $A(x) = 4x^2 - 4$

β) Να παραγοντοποιηθεί το πολυώνυμο     $B(x)$

γ) Για ποιές τιμές του x ορίζεται το κλάσμα     $\frac{A(x)}{B(x)}$     και στη συνέχεια να

απλοποιηθεί.

### ΑΣΚΗΣΗ 2<sup>ο</sup>

α) Να λυθεί η εξίσωση     $\frac{3x - 18}{x^2 - 5x - 6} = 1 - \frac{1}{x + 1}$

β) Να λυθεί το σύστημα:    
$$\begin{cases} \frac{3x - y}{2} - \frac{x - y}{8} = 1 - y \\ 3(2x - 1) + 2(y + 2) = 9 \end{cases}$$

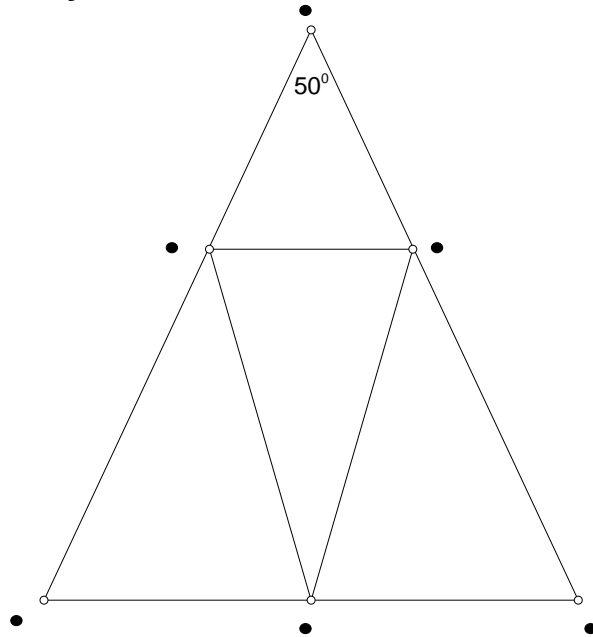


**ΑΣΚΗΣΗ 3<sup>ο</sup>**

Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB=AG=10\text{ cm}$  και  $\hat{A} = 50^\circ$ .

Στις πλευρές του  $AB$  και  $AG$  παίρνουμε σημεία  $K$  και  $L$  ώστε  $AK=AL=4\text{ cm}$  και

$M$  είναι το μέσο της  $B\Gamma$ .



α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα  $KBM$  και  $LM\Gamma$  είναι ίσα.

β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα  $AKL$  και  $AB\Gamma$  είναι όμοια και να βρεθεί ο λόγος ομοιότητας τους.

γ) Αν το τρίγωνο  $AB\Gamma$  έχει εμβαδό  $50\text{ cm}^2$  να υπολογισθεί το εμβαδό του τριγώνου  $AKL$ .

**Από τις 2 θεωρίες γράφουμε την ΜΙΑ και από τις 3 ασκήσεις γράφουμε τις ΔΥΟ**

## A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

---

### ΘΕΜΑ Α

---

A1. Να αποδείξετε την ταυτότητα:  $(a + \beta)(a - \beta) = a^2 - \beta^2$ .

A2. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και μετά να τον μεταφέρετε στην κόλα σας, αντιστοιχίζοντας κάθε παράσταση της στήλης A, με ανάπτυγμα της που υπάρχει στην στήλη B.

Στήλη A	Στήλη B
5. $(a - \beta)^2$	A. $a^3 - 3a^2\beta + 3a\beta^2 - \beta^3$
6. $(a - \beta) \cdot (a + \beta)$	B. $a^2 + 2a\beta + \beta^2$
7. $(a - \beta)^3$	Γ. $\beta^2 - a^2$
8. $(a + \beta)^2$	Δ. $a^3 + 3a^2\beta + 3a\beta^2 + \beta^3$
	Ε. $a^2 - \beta^2$
	ΣΤ. $a^2 - 2a\beta + \beta^2$

1	
2	
3	
4	

A3. Τι ονομάζουμε ρητή αλγεβρική παράσταση;

### ΘΕΜΑ Β

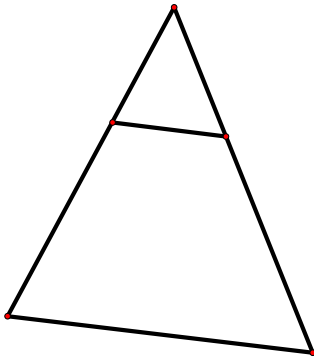
---

B1. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες:

- α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- β) Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν μία αντίστοιχη πλευρά ίση και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση, είναι ίσα.

B2. Πότε δύο πολύγωνα είναι όμοια; (Διατύπωση)

B3.



Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα όμοια τρίγωνα  $AB\Gamma$ ,  $A\hat{E}Z$  και  $EZ \parallel B\Gamma$ .

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

$$\frac{AB}{AE} = \frac{\dots}{AZ} = \frac{B\Gamma}{\dots} \quad \text{και} \quad \dots = \hat{A}\hat{E}Z, \quad \hat{\Gamma} = \dots$$

## B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

### ΘΕΜΑ Α

---

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = x(x+2) - (x+1)(x-1) - 2(x-2),$$
$$B = (2x-3)^2 - 2x(x-3) - 2(x^2 - 3x + 5)$$

A1. Να αποδείξετε ότι  $A = 5$  και  $B = -1$ .

A2. Να λύσετε το σύστημα: 
$$\begin{cases} 2x - Ay = \\ x + By = \end{cases}$$

### ΘΕΜΑ Β

---

B1. Να παραγοντοποιήσετε τις ποσότητες : α)  $x^2 - x$  , β)  $x^2 - 1$ .

B2. Να βρείτε τις τιμές του  $x$  που ορίζονται οι παραστάσεις:

α)  $\frac{1}{x}$       β)  $\frac{2x}{(x-1)(x+1)}$       γ)  $\frac{2x-1}{x^2-x}$

B3. Να λύσετε την εξίσωση: 
$$\frac{2x-1}{x^2-x} - \frac{2x}{x^2-1} + \frac{1}{x} = 0$$

## ΘΕΜΑ Γ

---

Αν η γωνία  $\omega$  είναι αμβλεία και  $\eta\mu\omega = \frac{12}{13}$ ,

Γ1. Να αποδείξετε ότι:  $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{5}{13}$ ,  $\epsilon\phi\omega = -\frac{12}{5}$ .

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

Γ2. Να συμπληρώσετε τα κενά :  $\eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots$ ,  $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = \dots$

Γ3. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:  $\frac{\epsilon\phi\omega \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)}{\epsilon\phi 135^\circ \cdot \eta\mu(180^\circ - \omega)}$

### ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να απαντήσετε σε **(1)** ένα θέμα θεωρίας και **(2)** δύο θέματα ασκήσεων.
- Τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα.

**A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ(επιλέξτε μόνο ένα θέμα)**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

---

A. Να διατυπωθεί το δεύτερο κριτήριο ισότητας τριγώνων (Γ-Π-Γ).

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες

1. Κάθε ύψος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι και διάμεσός του.
2. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν 2 πλευρές ίσες μία προς μία, είναι πάντοτε ίσα.
3. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι πάντοτε ίσα.

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

---

A. Τι ονομάζουμε μονώνυμο και τι πολυώνυμο; (Δώστε από ένα παράδειγμα)

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες

1. Η παράσταση  $(2 - \sqrt{3})x^2y^5$  είναι μονώνυμο
2.  $(\alpha\beta)^3 \neq 3\alpha\beta^2 3\alpha\beta^2\beta^3$
3. Κάθε γινόμενο δύο όμοιων μονωνύμων είναι πάντα ένα μονώνυμο όμοιο με τα αρχικά.

**B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ(επιλέξτε μόνο δύο ασκήσεις)**

**ΑΣΚΗΣΗ 1<sup>η</sup>:**

---

A. Να λυθεί η εξίσωση  $2x^2 - 2x - 12 = 0$ .

Β. Αν  $x_1, x_2$  είναι οι λύσεις της παραπάνω εξίσωσης, με  $x_1 < x_2$ , τότε να λύσετε

ως προς  $a$  και  $\beta$  το σύστημα 
$$\begin{cases} x_1 \cdot \phi + x_2 \cdot 0 = \\ \frac{-x_1 \cdot \phi - 3 \cdot}{2} = 3a \end{cases}$$

### ΑΣΚΗΣΗ 2<sup>η</sup>:

---

Δίνονται οι παραστάσεις  $A = x^2 - 4$  και  $B = x^2 - 13x + 22$

Α. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις  $A$  και  $B$

Β. Να λύσετε την εξίσωση  $\frac{B}{A} + \frac{5}{4} = -1$

### ΑΣΚΗΣΗ 3<sup>η</sup>:

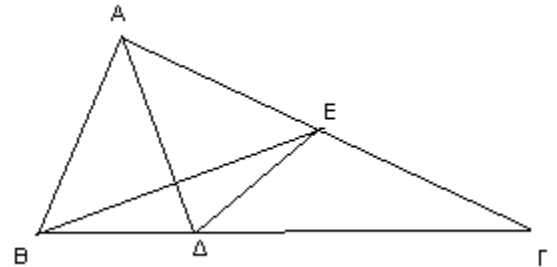
---

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και  $A\Delta$  είναι η διχοτόμος του. Στην πλευρά  $A\Gamma$  παίρνουμε τμήμα  $AE$  τέτοιο ώστε  $AE=AB$

Α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $A\Delta E$  είναι ίσα.

Β. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $\Delta BE$  είναι ισοσκελές.

Γ. Να αποδείξετε ότι η  $A\Delta \perp BE$



(A) ΘΕΩΡΙΑ

**ΘΕΜΑ 1**

(α) Να συμπληρωθούν οι ισότητες :

$$(a + \beta)^2 =$$

$$(a - \beta)^2 =$$

$$(a + \beta) \cdot (a - \beta) =$$

$$(a + \beta)^3 =$$

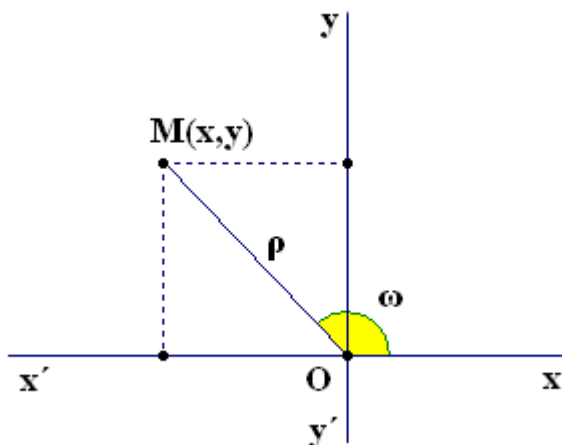
$$(a - \beta)^3 =$$

(β) Να χαρακτηρίσετε ως «Σωστή» ή «Λάθος» καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις :

1. Η αλγεβρική παράσταση  $(+3)\alpha\beta^2$  είναι **μονώνυμο**
2. Το πολυώνυμο  $2\alpha x^2 - 5\alpha^3 x + 6\alpha x^4$  είναι  $5^{\text{ου}}$  βαθμού ως προς  $\alpha$  και  $x$
3. Τα μονώνυμα  $5xy^2$  και  $-5yx^2$  είναι **αντίθετα**
4. Το πολυώνυμο  $9a^2 + 4\beta^2 + 12a\beta$  αποτελεί **ανάπτυγμα τετραγώνου**
5. Η αλγεβρική παράσταση  $6ax^{-3}$  είναι **ρητή**

**ΘΕΜΑ 2 :**

(α) Χρησιμοποιώντας το παρακάτω σχήμα



να συμπληρώσετε τις ισότητες :

$$\rho =$$

$$\eta\mu\omega =$$

(β) Να χαρακτηρίσετε ως «Σωστή» ή «Λάθος» καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις :

1. Η  $\varepsilon\varphi 90^\circ$  δεν ορίζεται
2. Ισχύει  $\eta\mu^2 40^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 40^\circ = 1$
3. Το γινόμενο  $\sigma\upsilon\nu 126^\circ \cdot \varepsilon\varphi 132^\circ$  είναι αρνητικός αριθμός
4. Ισχύει  $\varepsilon\varphi 70^\circ =$
5. Ισχύει  $\sigma\upsilon\nu 148^\circ = \sigma\upsilon\nu 32^\circ$

(B) ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ 1

---

Δίνεται το σύστημα :

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 9 \\ 3\alpha - 2\beta = -4 \end{cases}$$

- (α) Να λυθεί το σύστημα (με οποιαδήποτε μέθοδο) και να βρεθεί ότι η λύση του είναι το ζεύγος  $(\alpha, \beta) = (2, 5)$
- (β) Να λυθεί η εξίσωση

$$\alpha x^2 + \beta x - 3 = 0$$

όπου  $(\alpha, \beta)$  είναι η λύση του παραπάνω συστήματος.



## ΘΕΜΑ 2 :

---

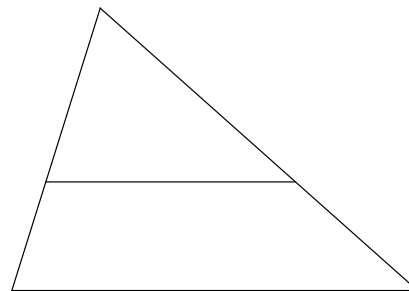
Στο διπλανό τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι  $\Delta E // B\Gamma$

και  $A\Delta = 6$  ,  $\Delta B = 4$  ,  $\Delta E = 9$  και  $B\Gamma = x + 1$

(α) Να δειχθεί ότι τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A\Delta E$

είναι όμοια

(β) Να υπολογιστεί το  $x$



## ΘΕΜΑ 3

---

Δίνονται οι αλγεβρικές παραστάσεις :

$$A = x^2 - 10x + 25 \quad , \quad B = x^2 - 25 \quad \text{και} \quad \Gamma = 3x - 15$$

(i) Να βρεθεί η αριθμητική τιμή της παράστασης , για  $x = -2$

(ii) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις  $A$  ,  $B$  και  $\Gamma$

(iii) Να απλοποιηθούν τα κλάσματα και

ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΘΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΤΟ ΕΝΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ  
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΘΑ ΛΥΣΕΤΕ ΤΙΣ ΔΥΟ

## A. ΘΕΩΡΙΑ

---

### ΘΕΜΑ 1°

---

A. Να δώσετε τον ορισμό της ταυτότητας.

B. Να αποδείξετε ότι :  $(a - \beta)^2 = a^2 - 2a\beta + \beta^2$

Γ. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες, ώστε να προκύψουν ταυτότητες :

i)  $(a + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

ii)  $(a + \beta)(a - \beta) = \dots\dots\dots$

iii)  $(a + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

iv)  $\dots\dots\dots \alpha(\beta)(a^2 - a\beta + \beta)^2$

### ΘΕΜΑ 2°

---

A. Να δώσετε τους ορισμούς του ημιτόνου και του συνημιτόνου μίας οξείας γωνίας  $\omega$  .

B. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να είναι αληθείς :

i)  $\eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$       ii)  $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$

iii)  $\epsilon\phi\omega = \frac{\dots}{\dots}$       iv)  $\eta\mu^2\omega + \dots\dots\dots = 1$

## B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ΑΣΚΗΣΗ 1

---

Να λύσετε την εξίσωση :  $\frac{2x}{x-2} - \frac{2x+3}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$  ,  $x \neq \pm 2$

### ΑΣΚΗΣΗ 2

---

Δίνεται η συνάρτηση  $y = x^\lambda + 3x + \dots$  , όπου  $\lambda$  πραγματικός αριθμός.

- i) Να βρείτε την τιμή του  $\lambda$  , ώστε το σημείο  $A(1,6)$  να ανήκει στη γραφική παράσταση της παραπάνω συνάρτησης.
- ii) Αν  $\lambda = 2$  , να βρείτε την κορυφή και τον άξονα συμμετρίας της γραφικής παράστασης της συνάρτησης, και έπειτα να την σχεδιάσετε.

### ΑΣΚΗΣΗ 3

---

Να λύσετε το σύστημα (Σ): 
$$\begin{cases} 4x + y = 2 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$$

Να γράψετε 1 Θεωρία και 2 Ασκήσεις.

Στην κόλλα των Θεμάτων να γράψετε μόνο το όνομα σας.

Τα θέματα είναι ισοδύναμα!

**A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ** (επιλέξτε μόνο ένα θέμα)

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

---

A. Να διατυπωθεί το δεύτερο κριτήριο ισότητας τριγώνων (Γ-Π-Γ).

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες

4. Κάθε ύψος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι και διάμεσός του.
5. Δύο ορθογώνια τρίγωνα που έχουν 2 πλευρές ίσες μία προς μία, είναι πάντοτε ίσα.
6. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι πάντοτε ίσα.

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

---

A. Τι ονομάζουμε μονώνυμο και τι πολυώνυμο; (Δώστε από ένα παράδειγμα)

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες

4. Η παράσταση  $(2 - \sqrt{3})x^2y^5$  είναι μονώνυμο
5.  $(\alpha\beta)^3 \neq \alpha^3\beta^2 \neq \alpha\beta^2\beta^3$
6. Κάθε γινόμενο δύο όμοιων μονωνύμων είναι πάντα ένα μονώνυμο όμοιο με τα αρχικά.

**B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ** (επιλέξτε μόνο δύο ασκήσεις)

**ΑΣΚΗΣΗ 1<sup>η</sup>:**

---

B. Να λυθεί η εξίσωση  $2x^2 - 2x - 12 = 0$ .

Β. Αν  $x_1, x_2$  είναι οι λύσεις της παραπάνω εξίσωσης, με  $x_1 < x_2$ , τότε να λύσετε

ως προς  $a$  και  $\beta$  το σύστημα 
$$\begin{cases} x_1 \cdot \phi + x_2 \cdot 0 = \\ \frac{-x_1 \cdot \phi - 3 \cdot}{2} = 3a \end{cases}$$

### ΑΣΚΗΣΗ 2<sup>η</sup>:

---

Δίνονται οι παραστάσεις  $A = x^2 - 4$  και  $B = x^2 - 13x + 22$

Α. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις  $A$  και  $B$

Β. Να λύσετε την εξίσωση  $\frac{B}{A} + \frac{5}{4} = -1$

### ΑΣΚΗΣΗ 3<sup>η</sup>:

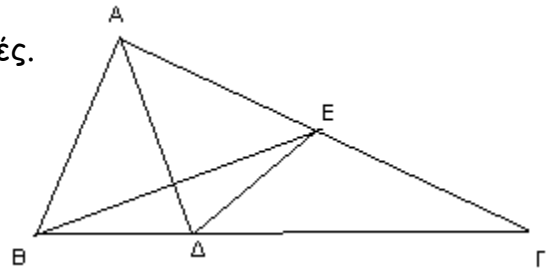
---

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  και  $A\Delta$  είναι η διχοτόμος του. Στην πλευρά  $A\Gamma$  παίρνουμε τμήμα  $A\epsilon$  τέτοιο ώστε  $A\epsilon = AB$

Α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $A\Delta\epsilon$  είναι ίσα.

Β. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $\Delta B\epsilon$  είναι ισοσκελές.

Γ. Να αποδείξετε ότι η  $A\Delta \perp B\epsilon$



## ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ

Από τα δυο θέματα θεωρίας να απαντήσετε μόνο στο ένα και από τις τρεις ασκήσεις να απαντήσετε μόνο στις δύο.

Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα των εξετάσεων και όχι σε αυτό το φυλλάδιο που είναι τυπωμένα τα θέματα το οποίο θα παραδώσετε μαζί με την κόλλα σας στο τέλος της εξέτασης.

**A. ΘΕΩΡΙΑ****ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ 1**

---

A) Τι πρέπει να ισχύει ώστε τα ευθύγραμμα τμήματα  $\alpha, \beta$  να είναι ανάλογα προς τα ευθύγραμμα τμήματα  $\gamma, \delta$ ;

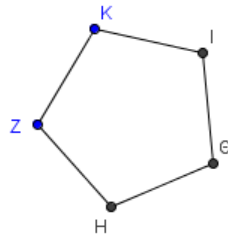
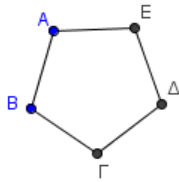
B) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις ώστε να προκύψουν γνωστές προτάσεις της Γεωμετρίας:

i) Αν παράλληλες ευθείες ορίζουν ίσα τμήματα σε μια ευθεία τότε θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε .....

ii) Αν από το μέσο μιας πλευράς ενός τριγώνου φέρουμε ευθεία παράλληλη προς μια άλλη πλευρά του, τότε αυτή θα διέρχεται από .....

iii) Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου είναι ..... προς την ..... και ίσο με το .....της.

(Τα κενά μπορούν να συμπληρωθούν με μια ή περισσότερες λέξεις)



Γ)

Τα δύο πεντάγωνα στο παραπάνω σχήμα είναι κανονικά. Να αναφέρετε την πρόταση της θεωρίας που δικαιολογεί γιατί είναι όμοια και να γράψετε τις αναλογίες μεταξύ των πλευρών και τις ισότητες μεταξύ των γωνιών τους.

## ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ 2

A) Να συμπληρώσετε το δεύτερο μέλος της ισότητας  $(α+β)^3 = \dots\dots\dots$

ώστε να εμφανιστεί μια γνωστή ταυτότητα την οποία και να αποδείξετε.

B) Να απαντήσετε με «σωστό» ή «λάθος» στα παρακάτω:

i)  $(α+β)(α-β) = α^2 + β^2$

ii)  $(α-β)^2 = -2αβ + β^2 + α^2$

iii)  $(α-β)^3 = α^3 - 3αβ^2 + 3α^2β - β^3$

Γ) Ποιες από τις παρακάτω παραστάσεις είναι γινόμενο παραγόντων;

i)  $3χ(ψ+2)$

ii)  $3χψ+2$

iii)  $3(χ-ψ)(χ+ψ)$

## B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ΑΣΚΗΣΗ 1

Σε ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με βάση ΒΓ να φέρεται τα ύψη ΒΔ και ΓΕ.

A) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΔ και ΑΓΕ είναι ίσα.

B) Χρησιμοποιώντας στοιχεία από την ισότητα των τριγώνων του ερωτήματος A, να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΔΓ και ΒΕΓ είναι ίσα.

Γ) Να αποδείξετε ότι  $BE = ΓΔ, \hat{B}\hat{Γ}E = \hat{Γ}\hat{B}Δ$  και  $AE = AD$

## **ΑΣΚΗΣΗ 2**

---

A) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση  $x^3-16x$  μέχρις ότου οι παράγοντες του γινομένου να είναι πολυώνυμα πρώτου βαθμού.

B) Να λύσετε την εξίσωση:  $x^3-16x=0$

## **ΑΣΚΗΣΗ 3**

---

Να λύσετε το σύστημα:

$$x-2\psi=6$$

$$3x-5\psi=16$$

A) με τη μέθοδο της αντικατάστασης

B) με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών



**A. ΘΕΩΡΙΑ**

**ΘΕΩΡΙΑ 1**

A. Να αποδείξετε ότι  $(a - \beta)^2 = a^2 - 2a\beta + \beta^2$

B. Να αντιστοιχίσετε όσα μονώνυμα υπάρχουν στη ΣΤΗΛΗ 1 με τα όμοιά τους στη ΣΤΗΛΗ 2.

ΣΤΗΛΗ 1	ΣΤΗΛΗ 2
1. $2x^2$	A. $2x^3$
2. $5\frac{x^3}{3}$	B. $(-3x)^2$
3. $2xy$	Γ. $-2x^3y$
4. $-x^{-3}y$	Δ. $4x^{-3}y$
5. $2x^0$	E. $-xy$
	Z. $-7$

Γ. Να χαρακτηρίσετε σωστή (Σ) ή λάθος (Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις

1. Η ισότητα $(a + \beta)(a - \beta) = a^2 - \beta^2$ ισχύει για κάθε πραγματικό αριθμό $a, \beta$	Σ	Λ
2. Δύο αντίθετα μονώνυμα είναι πάντα όμοια μεταξύ τους.	Σ	Λ
3. Η διαίρεση δύο μονώνυμων είναι πάντα μονώνυμο	Σ	Λ

4. Μπορούμε να προσθέσουμε μόνο όμοια μονώνυμα

Σ

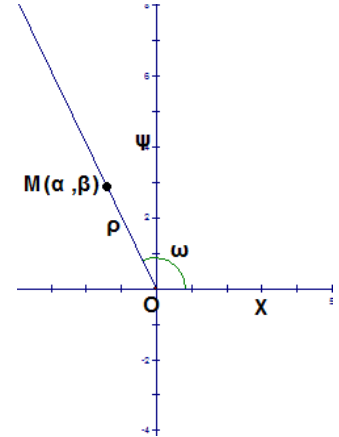
Λ

## ΘΕΩΡΙΑ 2

A. Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος να δώσετε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας  $\omega$ .

B. Με τη βοήθεια του ορισμού να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας  $180^\circ$ .

Γ. Αν  $90^\circ < \omega < 180^\circ$  να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:



1. $\eta\mu\omega < 0$	Σ	Λ
2. $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$	Σ	Λ
3. $\eta\mu\omega > 1$	Σ	Λ

## B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

### ΑΣΚΗΣΗ 1

A) Να αποδείξετε ότι η λύση του συστήματος  $\begin{cases} \beta = 18 - \alpha \\ \alpha + 5\beta = 50 \end{cases}$  είναι  $(\alpha, \beta) = (10, 8)$

B) Αν τα  $\alpha, \beta$  είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο A) ερώτημα, να αποδείξετε ότι η αλγεβρική παράσταση  $(x - \alpha)^\beta (x - \beta) - 20x +$  είναι σταθερό πολυώνυμο.

## ΑΣΚΗΣΗ 2

---

Ο κ. Σωτηράκης έφερε από το σπίτι την εξίσωση  $\frac{x-5}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} - \frac{20x}{25-x^2} = -2x + \frac{20}{x-5}$

Α. Η κ. Παπαλαζάρου μόλις την είδε ρώτησε ποιες τιμές δεν επιτρέπεται να πάρει ο  $x$ ; Απαντήστε με αιτιολόγηση στο ερώτημά της.

Β. Ο κ. Ρούσος πήρε το 1<sup>ο</sup> μέλος της εξίσωσης, το ονόμασε  $A = \frac{x-5}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} - \frac{20x}{25-x^2}$

και κάνοντας τις κατάλληλες πράξεις απέδειξε ότι η παράσταση  $A = \frac{2(x+5)}{x-5}$ .

Αποδείξτε τον ισχυρισμό του κάνοντας κι εσείς τις πράξεις.

Γ. Βοηθήστε τώρα τον κ. Σωτηράκη να λύσει επιτέλους την εξίσωση  $A = -2x + \frac{20}{x-5}$

## ΑΣΚΗΣΗ 3

---

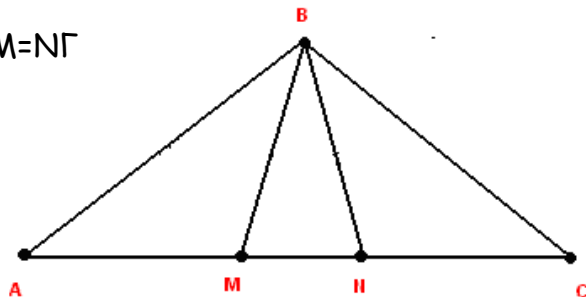
Αν στο διπλανό σχήμα είναι  $AB=BG$  και  $AM=NG$

Α. Εξηγήστε γιατί  $A = \Gamma$

Β. Να αποδείξετε ότι  $BM=BN$

Γ. Δείξτε ότι ο λόγος ομοιότητας

των τριγώνων  $ANB$  και  $BMG$  είναι  $\lambda=1$ .



Γράψετε 1 θέμα θεωρίας και 2 ασκήσεις.